

# 堆石体密度测定的附加质量法

李丕武 冷元宝 袁江华

(黄河水利委员会勘测规划设计研究院, 郑州 450003)

## 摘 要

为研究堆石体的密度测定问题提出本文方法,有3个主要环节:其一,将堆石体等效为单自由度线性弹簧体系,用附加质量的方法求堆石体的参振质量;其二,令参振质量的动能等于地面以下一定深度以内的堆石体连续介质振动动能的积分,导出堆石体密度的解析式;其三,通过测定参振质量、堆石体弹性纵波波长,求得堆石体密度.这种方法经黄河小浪底工程应用证明,效果很好.该方法属介质密度原位测定方法,不挖坑不取样,简便易行,不仅适用于堆石体密度的测定,对砂砾石、砂性土及各类土壤的密度测定亦均适用.

**关键词** 堆石体密度, 弹簧体系, 附加质量, 参振质量, 等效体系.

## 1 引 言

在水工建筑物堆石坝的施工过程中,堆石密度的监测是确保坝体质量的关键性工作.工程中用于检测堆石体密度的方法有如下几种:坑测法,即挖坑,称重,量体积,这种方法是原始而常用的方法;压实沉降观测法,用观测碾轧前后堆石面的沉降量定性估计压实密度的大小;振动碾装加速度计法;控制碾压遍数法;静弹模法;动弹模法;面波法.以上方法中,第1种方法可以定量,第2—6种方法均不能定量.面波法,又分为频散曲线拟合法及相关分析法.频散曲线拟合法是利用面波在非均匀介质中的频散性质及面波速度与密度、泊松比、压缩模量、切变模量的相关特性,通过拟合方法求出密度.相关分析法是通过大量实测资料建立面波速度与堆石体密度关系,而后测出堆石体面波速度而求得其密度值,但密度的变化对面波速度的影响甚微<sup>[1,2]</sup>,拟合本身又具有多解性,因此面波方法难以解决堆石体密度测定问题.基于上述情况,研究一种原位、快速堆石体密度测定的新方法尤为必要.该方法基本思路是:将一定面积以下的堆石体介质等效为单自由度弹簧体系,求出堆石体的参振质量 $m_0$ ;如果相应 $m_0$ 的体积 $V_0$ 可以测定,则求密度 $\rho$ 的问题便得到解决.

## 2 求参振质量 $m_0$

### 2.1 模型

设堆石体介质等效为单自由度线性弹簧体系(如图1),基本关系如下:

$$m\ddot{Z} + KZ = 0, \quad (1)$$

$$K = \omega^2 m, \quad (2)$$

$$Z = Z_0 \sin(\omega t + \varphi). \quad (3)$$

式中,  $Z$ 、 $\dot{Z}$  分别为质点振动的位移、加速度函数,  $m$ 、 $K$  分别为体系的参振质量、动刚度,  $\omega$ 、 $Z_0$ 、 $\varphi$ 、 $t$  分别为质点振动的圆频率、位移幅值、初相位与时间。

## 2.2 求 $m_0$

根据文献 [3] 的研究成果, 采用  $(D-\Delta m)$  曲线求参振质量  $m_0$ , 需将一块刚性承压板覆盖测点, 并在承压板上加一定数量的质量块  $\Delta m$ , 将 (2) 式作如下变换

$$K = \omega'^2 (m_0 + \Delta m),$$

$$\frac{1}{\omega'^2} = \frac{1}{K} (m_0 + \Delta m),$$

$$\text{令} \quad D = \frac{1}{\omega'^2}, \quad K' = \frac{1}{K},$$

$$\text{则得} \quad D = K' (m_0 + \Delta m). \quad (4)$$

(4) 式中,  $m_0$ 、 $K'$  为常量, 同样, 令  $D = D_0 + \Delta D$ , 有

$$K = \frac{\Delta m}{\Delta D} = \frac{m_0}{D_0}, \quad m_0 = D_0 K. \quad (5)$$

## 3 求密度 $\rho_0$ 的解析式

设集中质量  $m_0$  的动能  $T_0$  等于地表以下连续介质的振动动能  $T_0'$ , 即  $T_0 = T_0'$ , 从而导出利用  $m_0$  求密度  $\rho_0$  的解析式。

### 3.1 $m_0$ 的动能公式

根据动力学原理, 质量为  $m_0$ , 振动速度幅值为  $V_0$  的质点的振动动能为  $T_0$ , 当质点的位移幅值为  $Z_0$ , 振动频率为  $\omega_0$  时,  $V_0 = Z_0 \omega_0$ . 这是因为  $V = dZ/dt = Z_0 \omega_0 \cos \omega t$ ,  $V = V_0 = Z_0 \omega_0$  为最大, 即

$$T_0 = \frac{1}{2} m_0 V_0^2 = \frac{1}{2} m_0 (Z_0 \omega_0)^2. \quad (6)$$

### 3.2 连续介质的动能公式

设地表以下深度  $H$  处, 厚度为  $dH$ , 面积为  $A_H$ , 密度为  $\rho$  的介质薄片的振动动能为  $dT_H$ , 则

$$dT_H = \frac{1}{2} dm_H V_H^2, \quad (7)$$

$$\text{式中} \quad dm_H = A_H \rho dH. \quad (8)$$

设地表荷载板  $a$  为圆形, 半径为  $r_0$ , 振动扩散角为  $\alpha$ , 深度  $H$  处的面积为  $A_H$ ; 地表荷载

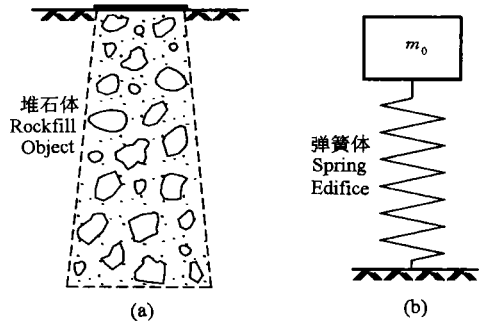


图 1 堆石体模型

Fig. 1 Rockfill object model

(a) 实体模型; (b) 理论模型.

板  $b$  面积为方形, 边长为  $l$ , 振动扩散角也为  $\alpha$ , 深度  $H$  处的面积为  $A_{Hb}$ ; 则  $A_{Ha} = (r_0 + H \tan \alpha)^2 \pi$ ,  $A_{Hb} = (l + 2H \tan \alpha)^2$ . 根据动力学原理, 将薄片的振动动能等效为质点的振动动能, 则深度  $H$  处质量为  $dm_H$ , 振幅为  $Z_H$ , 振动频率为  $\omega_H$  的质点振动的速度幅值  $V_H = Z_H \omega_H$ . 因为深度  $H$  处质点的振幅  $Z_H$  与地表振幅  $Z_0$  及波长  $\lambda$  有关系  $Z_H = Z_0 e^{-kH/\lambda}$ ,  $k$  为衰减系数<sup>[4]</sup>. 由于研究的深度范围不大, 一般在地表以下 2m 以内, 如果假定  $H$  处的振动频率  $\omega_H$  等于地面 ( $H = 0$ ) 处的频率  $\omega_0$ , 则  $V_H = Z_0 \omega_0 e^{-2kH/\lambda}$ . 将上述关系代入 (7)、(8) 式可得圆形及方形承压板振动体系在深度  $H$  处的动能微分式

$$\text{圆形: } dT_{Ha} = \frac{1}{2} (r_0 + H \tan \alpha)^2 \pi \rho (Z_0 \omega_0)^2 e^{-2kH/\lambda} dH, \tag{9}$$

$$\text{方形: } dT_{Hb} = \frac{1}{2} (l + 2H \tan \alpha)^2 \rho (Z_0 \omega_0)^2 e^{-2kH/\lambda} dH, \tag{10}$$

令压板下介质振动的总动能等于介质薄片动能的积分, 即对式 (9)、(10) 积分得

$$T_a = \frac{1}{2} \rho (Z_0 \omega_0)^2 \pi \left[ r_0^2 \frac{\lambda}{2k} + r_0 \tan \alpha \left( \frac{\lambda}{k} \right)^2 + \frac{3}{4} \tan^2 \alpha \left( \frac{\lambda}{k} \right)^3 \right], \tag{11}$$

$$T_b = \frac{1}{2} \rho (Z_0 \omega_0)^2 \left[ l^2 \frac{\lambda}{2k} + 2l \tan \alpha \left( \frac{\lambda}{k} \right)^2 + 3 \tan^2 \alpha \left( \frac{\lambda}{k} \right)^3 \right], \tag{12}$$

(11)、(12) 式分别为圆形及方形承压板下连续介质振动动能的积分结果, 即连续介质的动能公式. 公式中的振动影响扩散角  $\alpha$  是一个未知参数, 目前尚未找到理论上的计算办法, 根据小浪底的测试资料计算  $\alpha$  仅  $-1^\circ$  左右, 如果假定  $\alpha = 0$ , (11)、(12) 式可以简化为 (13)、(14) 式的形式

$$T_a = \frac{1}{2} \rho \pi r_0^2 \frac{\lambda}{2k} (Z_0 \omega_0)^2, \tag{13}$$

$$T_b = \frac{1}{2} \rho l^2 \frac{\lambda}{2k} (Z_0 \omega_0)^2, \tag{14}$$

### 3.3 堆石体密度式的导出

令压板下参振质量  $m_0$  的动能等于其连续介质动能的积分, 可以导出利用  $m_0$  求密度  $\rho_0$  的公式. 即, 令 (6) 式等号两端分别与 (11)、(12)、(13)、(14) 等号两端相等, 可以导出圆形压板的密度  $\rho_a$  和方形压板的密度  $\rho_b$ .

$$\rho_a = \frac{m_0}{\pi \left[ r_0^2 \frac{\lambda}{2k} + r_0 \tan \alpha \left( \frac{\lambda}{k} \right)^2 + \frac{3}{4} \left( \frac{\lambda}{k} \right)^3 \tan^2 \alpha \right]}, \quad (\alpha \neq 0) \tag{15}$$

$$\rho_a = m_0 / (\pi r_0^2 \lambda / 2k), \quad (\alpha = 0) \tag{16}$$

$$\rho_b = \frac{m_0}{l^2 \frac{\lambda}{2k} + 2l \tan \alpha \left( \frac{\lambda}{k} \right)^2 + 3 \tan^2 \alpha \left( \frac{\lambda}{k} \right)^3}, \quad (\alpha \neq 0) \tag{17}$$

$$\rho_b = m_0 / (l^2 \lambda / 2k), \quad (\alpha = 0) \tag{18}$$

(15)、(16)、(17)、(18)各式中的分母为参振质量  $m_0$  的等效体积  $R_0$ , 在(16)、(18)式中  $R_0$  又可以分解为承压板面积  $A$  与等效深度  $h_0$  的乘积. 综合以上情况可以写出任意形状的承压板以下堆石体密度的一般式

$$\rho_0 = \frac{m_0}{R_0} = \frac{m_0}{Ah_0} = \frac{m_0}{A\lambda / 2k} \quad (19)$$

## 4 密度测定的方法步骤

为了简化计算, 设扩散角  $\alpha = 0$ , 公式(19)式中除密度  $\rho_0$  之外还有  $m_0$ 、 $\lambda$ 、 $k$ 、 $A$  4 个参量, 其中参振质量  $m_0$  可以通过附加质量法求得, 波长  $\lambda$  可以通过弹性波测速求得,  $k$  可以根据(19)式率定, 承压板面积  $A$  已知.

### 4.1 附加质量法测定 $m_0$

在所选的测试点位上, ①平整场地, 铺 2cm 左右砂土, 将承压板徐徐平放在铺平砂土后的测点上, 将拾振器用石膏或其它粘合剂耦合在承压板中央; ②加质量于承压板上, 提起重锤, 自由下落于压板旁土; ③同时开机(仪器)测体系的振动信号, 进行 FFT 变换, 记录频谱曲线, 重复步骤②、③, 直至测定 4、5 次附加质量相应的振动信号即完成了一个测点的现场测试工作; 测量测点位置及高程, 并将测点编号. 核对所测原始数据无误后, 根据所作  $(D-\Delta m)$  曲线, 求其反斜率  $K_0$ , 曲线在  $D$  轴上的截距  $D_0$  代入(4)式求体系的参振质量  $m_0$ ; 或延长  $(D-\Delta m)$  曲线与横座标轴  $\Delta m$  相交, 在  $\Delta m$  轴上截距的绝对值即为  $m_0$ . 由于  $(D-\Delta m)$  的解析关系是线性的, 曲线的随意性很小, 所计算的  $m_0$  相对比较准确.

### 4.2 时距曲线法测定 $\lambda$

$\lambda$  是介质由地面向深部传播的纵波长, 可以由实测的介质纵波速度  $V_p$  及相应的频率  $f$  求得, 即  $\lambda = V_p / f_0$ . 由于  $m_0$  相应的频率为  $\Delta m = 0$  的体系的固有频率  $f_0$ , 求波长  $\lambda$  时也必须选择  $f = f_0$ , 即  $\lambda = V_p / f_0$ .

为了不破坏坝体, 又考虑浅层堆石速度各向异性不大, 故沿地面布置水平测线进行  $V_p$  测量. 测定  $V_p$  的具体作法是: 检波点距为 0.5m 或更小排列, 并与地震仪接通, 用锤击激发弹性波, 做地震时距曲线, 直达波段曲线的反斜率即为  $V_p$ .

### 4.3 $k$ 的率定——数理统计法

系数  $k$  是在推导连续介质的动能公式中引入的,  $k$  是振动沿深度向下传播的衰减系数. 由于假定  $\alpha = 0$ , 此时的  $k$  在公式(28)中的含意不仅仅是衰减系数, 而包含着衰减系数之外柱体振动的等效系数了. 因此,  $k$  在物理意义上与衰减系数有所不同, 不能用测定衰减系数的办法测定, 而只能根据(28)式, 在测定出  $m_0$ 、 $\rho_0$ 、 $V_p$ 、 $f_0$  的条件下确定.

## 5 应 用

堆石体密度的测定问题是在黄河小浪底工程堆石坝的密度测定工作中提出的, 因此首先在小浪底工程中得到应用. 现场作业时间为 1995 年 12 月—1996 年 2 月. 分别在堆石体、堆石料场、砂砾石料场、粘土标准料场等处进行了试验, 完成 33 个测点的测试工作,

表1 黄河小浪底工程堆石坝密度测试结果统计  
Table 1 Statistic of density test results of rockfill object at Yellow River  
Xiaolangdi multipurpose

测区	点号	$\rho_r$ (g/cm <sup>3</sup> )	$\rho_k$ (g/cm <sup>3</sup> )	$\Delta\rho$ (g/cm <sup>3</sup> )	$\Delta\rho/\rho_k$ (%)	$m_0$ (10 <sup>3</sup> kg)	$h_0$ (m)	$R_0$ (m <sup>3</sup> )
A	1	2.286	2.172	+0.114	5.2	6.949	1.520	3.040
	2	2.078	2.191	-0.113	5.2	6.530	1.571	3.142
	3	2.207	2.190	+0.017	0.8	6.688	1.515	3.030
	4	2.101	2.190	-0.089	4.1	5.710	1.359	2.718
B	5	2.242	2.162	+0.080	3.7	7.554	1.685	3.369
	6	2.420	2.065	+0.355	17.2	8.050	1.663	3.326
	7	2.240	2.013	+0.227	11.3	6.452	1.440	2.880
	8	2.370	2.012	+0.358	17.8	7.055	1.488	2.977
C	9	2.184	2.324	-0.140	6.0	7.506	1.718	3.437
	10	1.974	2.337	-0.363	15.5	6.773	1.716	3.431
	11	2.055	2.156	-0.101	4.7	7.158	1.742	3.483
	12	2.082	2.287	-0.205	9.0	7.418	1.781	3.563

注：附加质量法承压板面积为2m<sup>2</sup>。

取得了有效数据 29 组，其中坝体 4A 料区 4 组，4B 料区 4 组；西河清 9 区堆石料场 7 组，9 区砂砾石标准场地 7 组；1B 区粘性土标准场地 7 组。

试验工作过程中，分别进行了不同压板面积、不同仪器、不同激震锤、不同附加质量的对比试验，从中选择了最佳的仪器、承压板、激震锤及附加质量，确定了系数  $k$ ，用公式 (19) 求出了介质密度  $\rho_0$ 。表 1 给出了部分测试结果与坑测结果的比较，其中  $\rho_r$  为附加质量法测定的密度， $\rho_k$  为坑测密度， $R_0$  为参振质量的体积。

表列堆石体 A、B、C 三个测区的 12 个测点的资料中：A 区两种方法所测结果的绝对误差有正有负，相对误差平均值为 3.82%。B 区附加质量法所测结果较坑测结果偏大。据了解，偏大的主要原因是该处大粒径块石比较集中，坑测法无法挖出，附加质量参与体积大，一般在 3m<sup>3</sup> 以上，大小块石均参与计算，所以附加质量所测结果偏大是合理的。C 区为堆石料场，没有专门碾压，但表层由于载重汽车来往通过有压实作用，密度相对较大，深部则比较疏松，由于坑测法所测为表层密度，附加质量法影响深度较大 (1.7m 以上)，故附加质量法所测密度偏小是合理的。

## 6 结束语

附加质量法是一种简便、快速、原位、非破坏性的土石密度测定方法。黄河小浪底工程的实测资料证明，该方法的独特优点是参与体积的大小具有人为可控性，即粒径、压板、体积，可大可小。测试结果的合理性、准确性较好，有较强的实用性。

## 参 考 文 献

- 1 杨成林等. 瑞利波勘探. 北京: 地质出版社, 1993. 63

- YANG Cheng-Lin, et al. Rayleigh Wave Prospecting. Beijing: Geology Publishing House, 1993. 63
- 2 李丕武. 地基承载力动测的附加质量法. 地球物理学报, 1993, 36(5): 683—687  
LI Pi-Wu. Dynamic measurement of the foundation bearing capacity with additive mass method. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 1993, 36(5): 683—687
- 3 孙继曾, 范吉, 陶惠珍等. 堆石坝压实密度快速无损检测新技术. 水利水电技术, 1996, (1): 22—28  
SUN Ji-Zeng, FAN Ji, TAO Hui-Zhen, et al. The new rapid nondestructive testing technology for the compacting density of a rockfill dam (in Chinese). *Conservancy & Hydropower Technology*, 1996, (1):22—28
- 4 姜俊平等. 振动计算与隔振设计. 北京: 中国建筑工业出版社, 1976. 72  
JIANG Jun-Ping, et al. Vibration Calculation and Vibrating Isolation Design (in Chinese). Beijing: China Construction Industry Publishing House, 1976. 72

## THE DENSITY MEASUREMENT OF ROCKFILL OBJECT BY ADDITIVE MASS METHOD

LI PEI-WU LENG YUAN-BAO YUAN JIANG-HUA

(Reconnaissance, Planning, Design and Research Institute of Yellow River Conservancy Commission,  
Zhengzhou 450003, China)

### Abstract

The density measurement of rockfill object by additive mass method has three main steps. First, the rockfill object is equated to a single free linear spring edifice and we can get the vibrating mass by additive mass method. Second, let the kinetic energy of the additive mass equal to the integration of the continuous medium vibrating kinetic energy of the rockfill object within a certain depth underground. Then the analytic formula of the rockfill object is derived. Third, the density of the rockfill object is got by measuring the vibrating mass and the wavelength of longitudinal elastic waves of the rockfill object. This method got satisfactory results in the Yellow River Xiaolangdi Multipurpose Dam Project. This method is to measure the medium density in situ without excavation and sampling. So it is simple and convenient to operate. It can be used to measure the densities of not only rockfill object but also gravel, sand and all kinds of soil.

**Key words** Density of rockfill object, Spring edifice, Additive mass, Vibrating mass, Equivalent edifice.

**作者简介** 李丕武,男,1938年出生,1966年毕业于武汉水利电力学院,现任黄河水利委员会勘测规划设计研究院教授级高工,从事堤防隐患探测、桩基地基检测问题研究。